همایش ملی ۲ محاسبات نرم علوم مهندسی در صنعت و جامعه
2nd National Conference on Soft Computing of Engineering Science in Industry and Society (ASEIS 2023)

کاربردی از توپولوژی نرم فازی دوقطبی در تصمیم گیری

مرضیه نجفی[۱, *] ، علی خسروی طناک[۲]

[۱] استادیار، گروه ریاضی، دانشگاه ولایت، ایرانشهر، m.najafi@velayat.ac.ir

[۲] استادیار، گروه آمار، دانشگاه ولایت، ایرانشهر، a.khosravi@velayat.ac.ir

چکیده. در این مقاله، بر اساس تعریف مجموعه نرم فازی دو قطبی، توپولوژی نرم فازی دو قطبی را روی این مجموعه بنا می‌کنیم. توپولوژی نرم فازی دو قطبی تعمیم یافته توپولوژی کلاسیک است که بسیاری از ویژگی‌های توپولوژی کلاسیک را دارد. با استفاده از این توپولوژی الگوریتمی برای حل مسایل مربوط به تصمیم گیری ارایه می‌کنیم. سپس کاربردی از این الگوریتم را با ارایه مثالی نشان می‌دهیم.

واژه‌های کلیدی: مجموعه نرم، مجموعه نرم فازی دوقطبی، توپولوژی نرم فازی دوقطبی، میانگین وزنی، تصمیم گیری.

طبقه‌بندی موضوعی [۲۰۱۰]: 54-08, 03E72, 91B06.

۱. مقدمه

مجموعه‌های فازی اولین بار توسط پروفسور لطفی زاده [۱۰] مطرح شد. پس از آن کاربردهای بسیاری از مجموعه‌های فازی در سایر علوم مورد استفاده قرار گرفت و بنای ریاضیات و منطق فازی شکل گرفت. سپس چانگ [۲] ایده توپولوژی فازی را با استفاده از مجموعه‌های فازی مطرح کرد. در سال ۱۹۹۹ مولودسوف [۵] ایده استفاده از مجموعه‌های نرم فازی را برای مسایل غیر قابل پیش بینی پیشنهاد داد. در سال ۲۰۱۱ شابیز و ناز [۹] مفهوم توپولوژی نرم فازی را به طور مستقل ارایه دادند. تاکنون پژوهشگران زیادی کاربرد مجموعه‌های نرم و مجموعه‌های نرم فازی را در تصمیم گیری مطالعه کرده‌اند. از جمله ریاض و هاشمی [۶،۷] کاربردهایی از توپولوژی نرم فازی را برای رفع پیچیدگی‌های تصمیم گیری مطرح کردند. اولین بار لی [۳] مجموعه‌های فازی را به مجموعه‌های نرم فازی دو قطبی گسترش داد. در سال ۲۰۱۷، مالیک و شابیز [۴] به طور موفقیت آمیزی مجموعه‌های نرم دو قطبی فازی و غیرفازی را در مسائل تصمیم گیری اعمال کردند. در این مقاله توپولوژی نرم فازی دوقطبی روی مجموعه‌های نرم فازی دو قطبی را مطالعه می‌کنیم و با استفاده از توپولوژی نرم فازی دو قطبی الگوریتمی برای حل مسایل تصمیم گیری ارایه می‌کنیم. همچنین با یک مثال کاربرد این الگوریتم را نشان می‌دهیم.

۲. مجموعه فازی، مجموعه نرم، مجموعه نرم فازی، مجموعه نرم فازی دوقطبی

در این بخش تعاریف مقدماتی که در بخش‌های آینده مورد استفاده قرار می‌گیرند را یادآوری می‌نماییم.

تعریف ۱.۲. مجموعه مرجع V و تابع عضویت $f : V \longrightarrow [0, 1]$ را در نظر بگیرید. V_f را یک مجموعه فازی روی V گویند هرگاه به هر $v \in V$ یک درجه عضویت f_v که عددی حقیقی در بازه $[0, 1]$ است را نسبت دهد.

*ارائه دهنده

مثال ۲.۲. فرض کنید $V = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ مجموعه ای شامل ۵ نفر باشد که برای یک موقعیت شغلی در یک شرکت درخواست داده‌اند. مدیر بخش IT شرکت افرادی را که در زمینه کامپیوتر تخصص دارند $A = \{a_2, a_5\}$ معرفی می‌کند که یک مجموعه کلاسیک و غیرفازی هست در حالی که مجموعه فازی مهارت این افراد در زمینه کامپیوتر به صورت زیر می‌باشد:

$$V_f = \{(a_1, 0/6), (a_2, 0/8), (a_3, 0/4), (a_4, 0/5), (a_5, 0/7)\}$$

تعریف ۳.۲. مجموعه مرجع V و مجموعه متغیرهای تصمیم D را در نظر بگیرید. فرض کنید $A \subseteq D$ و $\mathcal{K} : A \longrightarrow \mathcal{P}(V)$ تابع مجموعه مقدار باشد که $\mathcal{P}(V)$ مجموعه توانی V است. A یا $(\mathcal{K}, A)$ نشان دهنده یک مجموعه نرم روی V است.

مثال ۴.۲. فرض کنید V مجموعه همه تولیدات یخچال یک کارخانه باشد و $A = \{c_1, c_2, c_3, c_4\} \subseteq V$ مجموعه‌ای شامل ۴ مدل یخچال متفاوت از تولیدات این کارخانه باشد. مجموعه پارامترها $E = \{p_1, p_2, p_3\}$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

p_1= قیمت مناسب p_2=مصرف انرژی پایین p_3= تکنولوژی مدرن

مجموعه نرم $\mathcal{K}_A$ توسط کارشناس به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\mathcal{K}_A = \{\mathcal{K}_{p_1} = \{c_1, c_2\}, \mathcal{K}_{p_2} = \{c_1, c_3, c_4\}, \mathcal{K}_{p_3} = \{c_3, c_4\}\}$$

این مجموعه نشان دهنده این است که یخچال‌های c_1 و c_2 از ویژگی قیمت مناسب برخوردار هستند. یخچال‌های c_1، c_3 و c_4 از ویژگی مصرف انرژی پایین برخوردار هستند و یخچال‌های c_3 و c_4 از ویژگی تکنولوژی مدرن برخوردار هستند.

تعریف ۵.۲. مجموعه مرجع V و مجموعه متغیرهای تصمیم D را در نظر بگیرید. فرض کنید $A \subseteq D$ و $\mathcal{K} : A \longrightarrow \mathcal{F}(V)$ تابع مجموعه مقدار باشد که $\mathcal{F}(V)$ مجموعه تمام زیر مجموعه‌های فازی V است. A یا $(\mathcal{K}, A)$ نشان دهنده یک مجموعه نرم فازی روی V است.

مثال ۶.۲. در مثال قبل $(\mathcal{K}, A)$ که به صورت زیر تعریف می‌شود نشان دهنده یک مجموعه نرم فازی روی V است.

$$\mathcal{K}_A = \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{K}_{p_1} = \{(c_1, 0/7), (c_2, 0/6), (c_3, 0/5), (c_4, 0/4)\} \\ \mathcal{K}_{p_2} = \{(c_1, 0/6), (c_2, 0/5), (c_3, 0/8), (c_4, 0/9)\} \\ \mathcal{K}_{p_3} = \{(c_1, 0/4), (c_2, 0/4), (c_3, 0/7), (c_4, 0/8)\} \end{array} \right\} \qquad (1)$$

تعریف ۷.۲. مجموعه مرجع V را در نظر بگیرید. هر مجموعه به صورت

$$\mathcal{K} = \left\{ \left(\mathfrak{z}_i, \delta^+_{\mathcal{K}}(\mathfrak{z}_i), \delta^-_{\mathcal{K}}(\mathfrak{z}_i)\right) : \quad \forall \mathfrak{z}_i \in V \right\}$$

نشان دهنده مجموعه فازی دوقطبی است که در آن $\delta^+_{\mathcal{K}}$ درجه عضویت مثبت در بازه $[0, 1]$ و $\delta^-_{\mathcal{K}}$ درجه عضویت منفی در بازه $[-1, 0]$ می‌باشد.

تعریف ۸.۲. مجموعه مرجع V و مجموعه متغیرهای تصمیم D را در نظر بگیرید. فرض کنید $A \mathrel{\widetilde{\subseteq}} D$ و $\mathcal{K} : A \longrightarrow \mathcal{BF}(V)$ تابع مجموعه مقدار باشد که $\mathcal{BF}(V)$ خانواده تمام زیر مجموعه‌های نرم فازی دوقطبی V است. A یا $(\mathcal{K}, A)$ نشان دهنده یک مجموعه نرم فازی دوقطبی روی V است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathcal{K}_A = \left\{ \left(\mathfrak{z}_i, \delta^+_{p_j}(\mathfrak{z}_i), \delta^-_{p_j}(\mathfrak{z}_i)\right) : \forall \mathfrak{z}_i \tilde{\in} V, p_j \tilde{\in} A \right\}.$$

مثال ۹.۲. فرض کنید $V = \{\mathfrak{z}_1, \mathfrak{z}_2, \mathfrak{z}_3\}$ مجموعه‌ای از سه شرکت لوازم خانگی باشد و مجموعه متغیرهای تصمیم مربوط به تولید آن‌ها $D = \{p_1, p_2, p_3\}$ باشد که در آن p_1 دوام، p_2 اقتصادی بودن و p_3 مصرف انرژی را نشان می‌دهند. فرض کنید

$$A = \{p_1, p_2\} \mathrel{\widetilde{\subseteq}} \mathcal{D}.$$

مجموعه نرم فازی دو قطبی به صورت زیر تعریف شده است:

$$\mathcal{K}_A = \begin{Bmatrix} \mathcal{K}_{p_1} = \{(\mathfrak{z}_1, 0/12, -0/53), (\mathfrak{z}_2, 0/31, -0/62), (\mathfrak{z}_3, 0/41, -0/23)\}, \\ \mathcal{K}_{p_2} = \{(\mathfrak{z}_1, 0/82, -0/11), (\mathfrak{z}_2, 0/33, -0/61), (\mathfrak{z}_3, 0\,42, -0/32)\} \end{Bmatrix}$$

تعریف ۱۰.۲. مجموعه نرم فازی دوقطبی $\mathcal{K}_{\mathcal{D}} \tilde{\in} \mathcal{BF}(V_{\mathcal{D}})$، یک مجموعه نرم فازی دوقطبی تهی نامیده می‌شود اگر

$$\delta^+_{p_j}(\mathfrak{z}_i) = ۰\ ,\ \delta^-_{p_j}(\mathfrak{z}_i) = ۰, \qquad p_j \tilde{\in} \mathcal{D},\ \mathfrak{z}_i \tilde{\in} V.$$

مجموعه نرم فازی دوقطبی تهی را به صورت $\emptyset_{\mathcal{D}}$ می‌نویسیم.

تعریف ۱۱.۲. مجموعه نرم فازی دوقطبی $\mathcal{K}_{\mathcal{D}} \tilde{\in} \mathcal{BF}(V_{\mathcal{D}})$ یک مجموعه نرم فازی دوقطبی مطلق نامیده می‌شود اگر

$$\delta^+_{p_j}(\mathfrak{z}_i) = ۱\ ,\ \delta^-_{p_j}(\mathfrak{z}_i) = -۱, \qquad p_j \tilde{\in} \mathcal{D},\ \mathfrak{z}_i \tilde{\in} V.$$

مجموعه نرم فازی دوقطبی مطلق را با نماد $V_{\mathcal{D}}$ مشخص می‌کنیم.

تعریف ۱۲.۲. متمم مجموعه نرم فازی دوقطبی $\mathcal{K}_{\mathcal{A}_۱} \tilde{\in} \mathcal{BF}(V_{\mathcal{D}})$ با $(\mathcal{K}_{\mathcal{A}_۱})^c$ نشان داده می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$(\mathcal{K}_{\mathcal{A}_۱})^c = \Big\{ \Big(\mathfrak{z}_i, ۱ - \delta^+_{\mathcal{A}_۱}(\mathfrak{z}_i), -۱ - \delta^-_{\mathcal{A}_۱}(\mathfrak{z}_i)\Big)\ :\ \mathfrak{z}_i \tilde{\in} V \Big\}.$$

تعریف ۱۳.۲. دو مجموعه نرم فازی دوقطبی $\mathcal{K}^۱_{\mathcal{A}_۱}, \mathcal{K}^۲_{\mathcal{A}_۲} \tilde{\in} \mathcal{BF}(V_{\mathcal{D}})$ را روی یک مجموعه مرجع در نظر بگیرید. مجموعه نرم فازی دوقطبی $\mathcal{K}^۱_{\mathcal{A}_۱}$ یک زیرمجموعه نرم فازی دوقطبی $\mathcal{K}^۲_{\mathcal{A}_۲}$ است و به صورت $\mathcal{K}^۱_{\mathcal{A}_۱} \tilde{\subseteq} \mathcal{K}^۲_{\mathcal{A}_۲}$ نمایش می‌دهیم، اگر
(۱) $\mathcal{A}_۱ \subseteq \mathcal{A}_۲$،
(۲) $\delta^+_{\mathcal{A}_۱}(\mathfrak{z}_i) \tilde{\leq} \delta^+_{\mathcal{A}_۲}(\mathfrak{z}_i) \quad , \quad \delta^-_{\mathcal{A}_۱}(\mathfrak{z}_i) \tilde{\geq} \delta^-_{\mathcal{A}_۲}(\mathfrak{z}_i)$.

تعریف ۱۴.۲. فرض کنید $\mathcal{K}^۱_{\mathcal{A}_۱}, \mathcal{K}^۲_{\mathcal{A}_۲} \tilde{\in} \mathcal{BF}(V_{\mathcal{D}})$ باشند. اشتراک $\mathcal{K}^۱_{\mathcal{A}_۱}$ و $\mathcal{K}^۲_{\mathcal{A}_۲}$، مجموعه نرم فازی دوقطبی $\mathcal{K}_{\mathcal{A}}$ است که $\mathcal{A} = \mathcal{A}_۱ \cap \mathcal{A}_۲ \neq \emptyset$ و $\mathcal{K} : \mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{BF}(V)$ یک تابع تعریف شده با

$$\mathcal{K}_{p_j} = \mathcal{K}^۱_{p_j} \cap \mathcal{K}^۲_{p_j}, \qquad \forall\ p_j \tilde{\in} \mathcal{A},$$

است و به صورت $\mathcal{K}_{\mathcal{A}} = \mathcal{K}^۱_{\mathcal{A}_۱} \tilde{\cap} \mathcal{K}^۲_{\mathcal{A}_۲}$ نوشته می‌شود.

تعریف ۱۵.۲. فرض کنید $\mathcal{K}^۱_{\mathcal{A}_۱}, \mathcal{K}^۲_{\mathcal{A}_۲} \tilde{\in} \mathcal{BF}(V_{\mathcal{D}})$ باشند. اجتماع $\mathcal{K}^۱_{\mathcal{A}_۱}$ و $\mathcal{K}^۲_{\mathcal{A}_۲}$ مجموعه نرم فازی دوقطبی $\mathcal{K}_{\mathcal{A}}$ است که $\mathcal{A} = \mathcal{A}_۱ \cup \mathcal{A}_۲$ و $\mathcal{K} : \mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{BF}(V)$ یک تابع تعریف شده به صورت

$$\begin{aligned}\mathcal{K}_{p_j} &= \mathcal{K}^۱_{p_j} \ \text{اگر}\ \ p_j \tilde{\in} \mathcal{A}_۱ \setminus \mathcal{A}_۲\\ &= \mathcal{K}^۲_{p_j} \ \text{اگر}\ \ p_j \tilde{\in} \mathcal{A}_۲ \setminus \mathcal{A}_۱\\ &= \mathcal{K}^۱_{p_j} \cup \mathcal{K}^۲_{p_j} \ \text{اگر}\ \ p_j \tilde{\in} \mathcal{A}_۱ \cap \mathcal{A}_۲\end{aligned}$$

است و به صورت $\mathcal{K}_{\mathcal{A}} = \mathcal{K}^۱_{\mathcal{A}_۱} \tilde{\cup} \mathcal{K}^۲_{\mathcal{A}_۲}$ نوشته می‌شود.

۳. توپولوژی نرم فازی دوقطبی

تعریف ۱.۳. مجموعه نرم فازی دوقطبی $V_{\mathcal{D}} \tilde{\in} \mathcal{BF}(V_{\mathcal{D}})$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $\mathfrak{B}(V_{\mathcal{D}})$ کلاس همه زیرمجموعه‌های نرم فازی دوقطبی از $V_{\mathcal{D}}$ باشد و $\tilde{\mathcal{T}}$ زیرمجموعه‌ای از $\mathfrak{B}(V_{\mathcal{D}})$ باشد. $\tilde{\mathcal{T}}$ را توپولوژی نرم فازی دوقطبی می‌نامند اگر،

۱. $\emptyset_{\mathcal{D}}$ و $V_{\mathcal{D}}$ متعلق به $\tilde{\mathcal{T}}$ باشند.
۲. اگر $\mathcal{K}^۱_{\mathcal{D}}, \mathcal{K}^۲_{\mathcal{D}} \tilde{\in} \tilde{\mathcal{T}}$ آن‌گاه $\mathcal{K}^۱_{\mathcal{D}} \tilde{\cap} \mathcal{K}^۲_{\mathcal{D}} \tilde{\in} \tilde{\mathcal{T}}$.
۳. اگر $\mathcal{K}^{\ell}_{\mathcal{D}} \tilde{\in} \tilde{\mathcal{T}}$، که $\ell \tilde{\in} \Psi$ آن‌گاه $\tilde{\cup}_{\ell \in \Psi} \mathcal{K}^{\ell}_{\mathcal{D}} \tilde{\in} \tilde{\mathcal{T}}$.

اگر $\widetilde{\mathcal{T}}$ یک توپولوژی نرم فازی دوقطبی روی $V_{\mathcal{D}}$ باشد، $(V, \widetilde{\mathcal{T}}, \mathcal{D})$ نشان‌دهنده‌ی فضای توپولوژی نرم فازی دوقطبی روی $V_{\mathcal{D}}$ می‌باشد. همه مجموعه‌های نرم فازی دوقطبی در $\widetilde{\mathcal{T}}$ را مجموعه‌های باز نرم فازی دوقطبی می‌نامند.

مثال ۲.۳. فرض کنید $V = \{\mathfrak{z}_1, \mathfrak{z}_2, \mathfrak{z}_3\}$ مجموعه‌ای از پارامترها باشد و $\mathcal{D} = \{P_1, P_2\}$ مجموعه متغیرهای تصمیم باشد. فرض کنید $\mathcal{K}^1_{\mathcal{D}}, \mathcal{K}^2_{\mathcal{D}} \widetilde{\in} \mathfrak{B}(V_{\mathcal{D}})$ که

$$\mathcal{K}^1_{\mathcal{D}} = \begin{cases} \mathcal{K}^1_{P_1} = \{(\mathfrak{z}_1, 0.51, -0.33), (\mathfrak{z}_2, 0.32, -0.21), (\mathfrak{z}_3, 0.22, -0.31)\}, \\ \mathcal{K}^1_{P_2} = \{(\mathfrak{z}_1, 0.32, -0.43), (\mathfrak{z}_2, 0.51, -0.33), (\mathfrak{z}_3, 0.71, -0.51)\} \end{cases}$$

$$\mathcal{K}^2_{\mathcal{D}} = \begin{cases} \mathcal{K}^2_{P_1} = \{(\mathfrak{z}_1, 0.31, -0.52), (\mathfrak{z}_2, 0.21, -0.32), (\mathfrak{z}_3, 0.33, -0.34)\}, \\ \mathcal{K}^2_{P_2} = \{(\mathfrak{z}_1, 0.52, -0.32), (\mathfrak{z}_2, 0.51, -0.53), (\mathfrak{z}_3, 0.55, -0.36)\} \end{cases}$$

برای ساختن توپولوژی مجموعه های زیر را در نظر می گیریم.

$$\mathcal{K}^3_{\mathcal{D}} = \begin{cases} \mathcal{K}^3_{P_1} = \{(\mathfrak{z}_1, 0.51, -0.52), (\mathfrak{z}_2, 0.32, -0.32), (\mathfrak{z}_3, 0.33, -0.34)\}, \\ \mathcal{K}^3_{P_2} = \{(\mathfrak{z}_1, 0.52, -0.43), (\mathfrak{z}_2, 0.51, -0.53), (\mathfrak{z}_3, 0.71, -0.51)\} \end{cases}$$

$$\mathcal{K}^4_{\mathcal{D}} = \begin{cases} \mathcal{K}^4_{P_1} = \{(\mathfrak{z}_1, 0.31, -0.33), (\mathfrak{z}_2, 0.21, -0.21), (\mathfrak{z}_3, 0.22, -0.31)\}, \\ \mathcal{K}^4_{P_2} = \{(\mathfrak{z}_1, 0.32, -0.32), (\mathfrak{z}_2, 0.51, -0.33), (\mathfrak{z}_3, 0.55, -0.36)\} \end{cases}$$

بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که $\widetilde{\mathcal{T}} = \{\emptyset_{\mathcal{D}}, V_{\mathcal{D}}, \mathcal{K}^1_{\mathcal{D}}, \mathcal{K}^2_{\mathcal{D}}, \mathcal{K}^3_{\mathcal{D}}, \mathcal{K}^4_{\mathcal{D}}\}$ یک توپولوژی نرم فازی دوقطبی روی $V_{\mathcal{D}}$ است.

در مسایل مربوط به تصمیم‌گیری متخصصان به روشی نیاز دارند که به اندازه کافی در مواجه با بردارهای اولویت فردی متفاوت و کاهش فقدان اطلاعات تصمیم‌گیرنده‌ها برای رسیدن به راه‌حل توافقی موثر باشد. از مفهوم توپولوژی برای مدیریت این مسایل استفاده می‌کنیم چون مشاهده کردیم که اگر نظرات تصمیم‌گیرنده‌ها منجر به ساخت توپولوژی شود، منجر به توافق بین تصمیم‌گیرنده‌ها می‌شود (یعنی نظرات آن‌ها همسو خواهد بود) که این برای رسیدن به تصمیم صحیح بسیار مهم است. چون اطلاعات ترکیبی آن‌ها این ایده را ایجاد می‌کند که حاوی اطلاعات اصلی است (یعنی اجتماع یا اشتراک آن‌ها همیشه در فضا وجود دارد).

۴. ارایه الگوریتم

در این بخش با استفاده از توپولوژی نرم فازی دوقطبی، الگوریتمی در قالب جدول زیر به منظور تصمیم گیری در مسایل مربوط به دنیای واقعی ارایه می‌دهیم.

الگوریتم	
گام ۱:	**مجموعه‌ی پارامترهای مورد نظر و وزن هر کدام را دریافت کنید.**
گام ۲:	**مجموعه‌های نرم فازی دوقطبی $\mathcal{K}^{1}_{A_1}$ و $\mathcal{K}^{2}_{A_2}$ را طبق بازخوردهای مثبت و منفی نسبت به تعداد کل بازخوردها، بنویسید.**
گام ۳:	**توپولوژی نرم فازی دوقطبی $\widetilde{\mathcal{T}}$ را به‌گونه‌ای بسازید که $\mathcal{K}^{1}_{A_1}$ و $\mathcal{K}^{2}_{A_2}$ مجموعه‌های باز نرم فازی دوقطبی در $\widetilde{\mathcal{T}}$ باشند.**
گام ۴:	**میانگین وزنی هر کدام از گزینه های موجود را برای تمام مجموعه‌های باز برای اطلاعات مثبت محاسبه کنید.** (S^{+})
گام ۵:	**میانگین وزنی هر کدام از گزینه های موجود را برای تمام مجموعه‌های باز برای اطلاعات منفی محاسبه کنید.** (S^{-})
گام ۶:	**امتیازات عضویت مثبت(منفی) را میانگین اعداد به دست آمده تمام مجموعه‌های باز در قسمت ۴(۵) در نظر بگیرید.** (M)
گام ۷:	**امتیازات نهایی را با تفریق امتیازات منفی M^{-} از امتیازات مثبت M^{+} محاسبه کنید.**
گام ۸:	**انتخاب بهینه، امتیازات حداکثری $F = M^{+} - M^{-}$ است.**

۵. کاربرد در تصمیم گیری

در این بخش با استفاده از الگوریتم ارایه شده در بخش ۴، کاربردی از توپولوژی نرم فازی دوقطبی در تصمیم گیری را بیان می‌کنیم.

مثال ۱.۵. فرض کنید فردی می‌خواهد از سه شرکت لوازم خانگی $V = \{\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2, \mathfrak{Z}_3\}$ یکی را برای خرید انتخاب کند و پارامترهای مورد نظرش دوام لوازم P_1 با وزن $W_1 = 0/6$ و P_2 مصرف انرژی آن‌ها با وزن $W_2 = 0/4$ هستند. اگر دو متخصص مجموعه‌های نرم فازی دو قطبی $\mathcal{K}^{1}_{\mathcal{D}}$ و $\mathcal{K}^{2}_{\mathcal{D}}$ در مثال ۲.۳ را برای این شرکت‌ها ارایه کنند. با توجه به توپولوژی ساخته شده و به کار بردن الگوریتم فوق خواهیم داشت:

$$S^{+}_{ij} = W_1 \times \delta^{+}_{p_1} + W_2 \times \delta^{+}_{p_2}, \quad i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3,$$

$$S^{-}_{ij} = W_1 \times \delta^{-}_{p_{1ij}} + W_2 \times \delta^{-}_{p_{2ij}}, \quad i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3.$$

با محاسبه میانگین وزنی برای هر مجموعه داریم: (گام ۴و۵)

$$\begin{array}{llll}
S^{+}_{11} = 0/434, & S^{+}_{21} = 0/394, & S^{+}_{31} = 0/514, & S^{+}_{41} = 0/314, \\
S^{-}_{11} = -0/37, & S^{-}_{21} = -0/44, & S^{+}_{31} = -0/484, & S^{-}_{41} = -0/326, \\
S^{+}_{12} = 0/396, & S^{+}_{22} = 0/33, & S^{+}_{32} = 0/396, & S^{+}_{42} = 0/33, \\
S^{-}_{12} = -0/258, & S^{-}_{22} = -0/404, & S^{+}_{32} = -0/404, & S^{-}_{42} = -0/258, \\
S^{+}_{13} = 0/416, & S^{+}_{23} = 0/418, & S^{+}_{33} = 0/482, & S^{+}_{43} = 0/352, \\
S^{-}_{13} = -0/39, & S^{-}_{23} = -0/348, & S^{-}_{33} = -0/408, & S^{-}_{43} = -0/33.
\end{array}$$

حال با محاسبه امتیازات مثبت و منفی هر شرکت (گام ۶) داریم:

$$M^{+}_{1} = 0/414,\ M^{+}_{2} = 0/363,\ M^{+}_{3} = 0/417,\ M^{-}_{1} = -0/405,\ M^{-}_{2} = -0/331,\ M^{-}_{3} = -0/369.$$

با محاسبه امتیاز نهایی هر شرکت (گام ۷) داریم: $F_1 = 0/819, F_2 = 0/694, F_3 = 0/789$ بنابراین شرکت $\mathfrak{Z}_1$ بالاترین امتیاز را دارد و مناسب ترین گزینه برای خرید می‌باشد.

مراجع

1. M. Aslam, S. Abdullah, Bipolar fuzzy soft set and its application in decision making, J. Intell. Fuzzy Syst. 27(2) (2014), 729–742.
2. C.L. Chang, Fuzzy topological spaces, J. Math. Anal. Appl. 24 (1968), 182–190.
3. K.M. Lee, Bipolar-valued fuzzy sets and their basic operations, In: Proceeding international conference, Bangkok, Thailand, (2000), pp 307–317.
4. N. Malik , M. Shabir, Rough fuzzy bipolar soft sets and application in decision-making problems, Soft Comput. 23 (2017), 1603–1614.
5. D. Molodtsov, Soft set theory-first results, Comput. Math. Appl. 37 (1999), 19–31.
6. M. Riaz, M.R. Hashmi, Fuzzy parameterized fuzzy soft topology with applications, Ann. Fuzzy Math. Inf. 13 (2017), 593–613.
7. M. Riaz, M.R. Hashmi, Certain applications of fuzzy parameterized fuzzy soft sets in decision-making problems, Int. J. Algebra Stat. 5 (2016), 135–146.
8. M. Riaz, S.T. Tehrim, On bipolar fuzzy soft topology with decision-making, Soft Comput. 24 (2020), 18259–18272.
9. M. Shabir , M. Naz, On soft topological spaces, Comput. Math. Appl. 61 (2011), 1786–1799.
10. L.A. Zadeh, Fuzzy sets, Inf. Control 8 (1965), 338–353.