



بررسی و حل مسائل تصمیم گیری چند شاخصه مبتنی بر روش بهترین - بدترین

وحید بلوچی^۱، اباذر کیخا^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی بهینه سازی، دانشگاه ولایت، ایرانشهر، vahidbalochi3580172220@gmail.com
^۲ استادیار گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ولایت، ایرانشهر، Abazar_keikha@yahoo.com

چکیده

افراد و سازمان هایی که تصمیم گیری اصولی و صحیحی نداشته باشند در پیشبرد اهداف خود دچار مشکل خواهند بود و در یک سازمان مدیرانی که با اصول تصمیم گیری آشنایی دارند در برنامه ریزی ها نیز موفق تر خواهند بود (خلیفه، ۱۳۹۷). در این مقاله روش جدیدی به نام بهترین - بدترین روش^۱ BWM برای حل مسائلی تصمیم گیری چند معیاره پیشنهاد شده است. (Rezaei, 2015) در یک مسئله تصمیم گیری چند معیاره MCDM^۲ مجموعه ای از گزینه ها با رعایت تعدادی معیار به منظور انتخاب بهترین گزینه ارزیابی می شوند. به عقیده BWM بهترین (مطلوب ترین، مهم ترین) و بدترین (کمترین مطلوبیت، کم اهمیت ترین) معیارها ابتدا توسط تصمیم گیرنده شناسایی می شوند. و سپس یک مسئله Maximin فرموله شده و با تعیین وزن معیارهای مختلف حل می شود. وزن ها به تناوب با توجه به معیارهای با استفاده از همین فرآیند بدست می آیند. امتیازات نهایی، گزینه ها توسط جمع کردن وزن ها از مجموعه های مختلف معیارها که براساس آن بهترین گزینه انتخاب می شود بدست می آید.

ویژگی های برجسته روش های پیشنهادی با روش های تصمیم گیری چند معیاره MCDM عبارتند از:

- (۱) داده ها به مقایسه کمتری نیاز دارند. (تعداد مقایسه ها کمتر است)
- (۲) منجر به مقایسه هی سازگار تر می شود به این معنی که نتایج قابل اطمینان تر ایجاد می کند.

واژه های کلیدی

تصمیم گیری، تصمیم گیری چند شاخصه، معیارها، بهترین- بدترین

مقدمه

تصمیم گیری: یک فرآیند شناختی جهت انتخاب یک گزینه از مجموعه ای از گزینه ها می باشد. (خلیفه، ۱۳۹۷)
تصمیم گیری چندمعیاره: روش تصمیم گیری چندمعیاره چند گزینه وجود دارند که باید با توجه به تعدادی معیار مورد بررسی قرار گیرند. اهداف و معیارهای مختلف ممکن است دارای مقیاس اندازه گیری متفاوت و یا یکسان باشند (ترینتاپیولا، ۲۰۰۰).
تصمیم گیری چند معیاره MCDM شاخه بسیار مهمی از نظریه تصمیم گیری است. مسائل MCDM با توجه به فضای جواب به دو دسته پیوسته و گسسته تقسیم می شوند. برای دسته مسائل پیوسته از روش تصمیم گیری چند هدفه (MODM)^۳ استفاده می شود. و مسائل پیوسته از روش تصمیم گیری چند معیاره (شاخصه) MADM^۴ حل می شوند. یک مسئله MCDM گسسته به طور کلی به صورت ماتریس A به شرح زیر نشان داده می شود.

$$A = \begin{matrix} & c_1 & c_2 & \dots & c_n \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

$\{a_1, \dots, a_m\}$ مجموعه ای از گزینه های شدنی (امکان پذیر)، $\{c_1, \dots, c_n\}$ مجموعه معیارهای تصمیم گیری، p_{ij} امتیاز گزینه i با توجه به معیار j است. هدف انتخاب بهترین (مطلوب ترین، مهم ترین) گزینه، به عبارت دیگر گزینه ای با بهترین ارزش کلی می باشد. به طور کلی ارزش گزینه i ، v_i را می توان با استفاده از روش های مختلف بدست آورد. اگر وزن w_j ($\sum_j w_j = 1$ و $w_j > 0$)، را با معیار i اختصاص دهیم آنگاه v_i می تواند از یک تابع میانگین وزن دار ساده بدست آید. که مدل اساسی آن برای اکثر MCDM ها به شرح ذیل است.

1- best worst method
2 - multi-criteria decision-making
3-multi- objective decision-making
4- multi-attribute decision- making



سلیمی و رضایی در مطالعه ای هدف از تحقیقشان را سنجش عملکرد تحقیق و توسعه با توجه به سطوح مختلف اهمیت تحقیق و توسعه عنوان نمودند، آن ها با استفاده از روش تصمیم گیری چند معیاره بهترین بدترین وزن ها (اهمیت) اقدامات بخش تحقیق و توسعه را به دست آوردند، در این پژوهش اطلاعات مربوط به بخش تحقیق و توسعه ۵۰ نمونه از شرکت های کوچک و متوسط با تکنولوژی سطح بالا در کشور هلند توسط متخصصان تحقیق و توسعه جمع آوری و ارزیابی شد (Salimi & Rezaei, 2018).

از نیمه دوم قرن گذشته به بعد، این مبحث علمی آغاز شده و تعداد زیادی تئوری و الگوریتم برای آن ارائه شده است. در سال ۱۹۶۸ مفهوم رتبه بندی و روش های تصمیم گیری چند معیاره الکترونیک مطرح شد. در سال ۱۹۷۲ دو روش منحنی های اندرو و صورتک های چرنوف مطرح گردید، منحنی اندرو برای یک تابع سینوسی و مشاهده را به صورت یک منحنی هموار در دو بعد رسم می کند. چرنوف از یک صورتک انسانی برای نمایش هر مشاهده به صورت ترسیمی استفاده کرد. توجه پژوهشگران به این عرصه علمی باعث شد، تا در طی دهه های اخیر چندین روش دیگر برای حل مسائل MADM نظیر الگوریتم های فرا ابتکار، AHP^۶، ANP^۷، تاپسیس^۸ و ... پیشنهاد گردید. در سال ۱۹۸۰ ، ساعتی کتابی درباره سلسه مراتبی منتشر نمود، تاپسیس پس از روش SAW معرفی گردید و به و به روشی فراگیر در حل مسائل مبتنی بر ماتریس تصمیم تبدیل شد. در سال ۱۹۸۴ رابطه بین تصمیم گیری چند معیاره و روش های فرا ابتکاری توسط شافر با ارائه روش وگا که ترکیب الگوریتم ژنتیک با مسائل چند معیاره بود ثبت شده است. روش تحلیل شبکه در سال ۱۹۸۶ توسط ساعتی و تاکی زاوا ارائه گردید که

$$v_i = \sum_{j=1}^n w_j p_{ij} \quad (2)$$

آنچه بسیار مهم و انگیزه بوده است ، معرفی چندین روش MCDM در دهه های گذشته بوده است. روشی که در آن وزن ها از معیارها یا بردار های $W = \{w_1, \dots, w_n\}$ بدست می آیند.

پیشینه:

روش تصمیم گیری چند معیاره بهترین-بدترین در سال ۲۰۱۵ ارائه شد (Rezaei, 2015). پژوهشگران زیادی از این روش برای به دست آوردن وزن بهینه معیار های تصمیم گیری و رتبه بندی گزینه ها استفاده کردند.

گو و ژائو روش تصمیم گیری چندمعیاره بهترین-بدترین را در محیط فازی گسترش دادند، آنها مدل برنامه ریزی خطی روش بهترین-بدترین فازی را ارائه کردند و برای محاسبه نرخ سازگاری مقایسات زوجی در محیط فازی نیز فرمول جدید ارائه نمودند. در نهایت با استفاده از سه مطالعه موردی و اعداد کمی، اثربخشی و امکان پذیری روش بهترین-بدترین فازی را بررسی کردند (Guo & Zhao, 2017).

موو و همکاران با توسعه روش بهترین-بدترین مدلی تحت عنوان روش بهترین-بدترین چندمنظوره شهودی ارائه کردند. آن ها یک الگوریتم را برای رتبه بندی معیارها با توجه به درجه عضویت در ارزیابی های فازی شهودی طراحی کردند. همچنین برای بدست آوردن وزن معیار ها یک نسبت سازگاری برای بررسی قابلیت اطمینان نتایج مشتق شده ارائه داده اند. و در نهایت با یک مثال عددی مدل پیشنهاد شده را ارزیابی نمودند (Mou et al., 2016).

5_ELECTRE
6_Analytical Hierarchy Process
7_Analytical Network Process
8_TOPSIS



ب) مقایسه ثانویه: مقایسه است، که در آن هیچ کدام از گزینه های بهترین یا بدترین در آن مقایسه نباشند .

ماتریس تصمیم: متشکل از گزینه ها و شاخص ها بوده که معمولاً گزینه ها در سطر و شاخص ها در ستون ها قرار می گیرند. فرد تصمیم گیرنده در هر یک از خانه های ماتریس، مقدار کمی مورد نظر برای شاخص های کمی و میزان ترجیح خود را برای شاخص های کیفی وارد می کند (خلیفه، ۱۳۹۷). ماتریس تصمیم گیری یک ماتریس برای ارزیابی تعدادی گزینه براساس تعدادی معیار است. یعنی ماتریسی که در آن هر گزینه براساس تعدادی معیار امتیازدهی می شود. که به صورت زیر می باشد.

$$A = \begin{matrix} & c_1 & c_2 & \dots & c_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3)$$

ماتریس مقایسه زوجی: در این روش تصمیم گیرنده ترجیحات نسبی خود را نسبت را به هر یک از معیارها در قالب یک ماتریس وارد می کند. هدف این است که میزان اهمیت یک شاخص نسبت به شاخص دیگر، فارغ از هرگونه تأثیرپذیری از سایر شاخص ها سنجیده شود. به عبارت دیگر ماتریسی است که در آن هر یک از گزینه ها با توجه به هدف (معیارها) با هم مقایسه می شوند .

سمنند	پژوه ۲۰۶	پراید	قیمت
		۱	پراید
	۱		پژوه ۲۰۶
۱			سمنند

در واقع تعمیم روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی می باشد. (امیری & شاهی & تابلی، ۱۳۹۱)

مقایسات زوجی: روش مقایسه زوجی که برای اولین بار توسط تورستون^۹ براساس قاعده قضاوت مقایسه ای که در واقع در قانون وبر^{۱۰} و فنجر^{۱۱} آمده است ارائه شد. روش ساختار یافته برای ایجاد ماتریس تصمیم گیری است. مقایسه های زوجی برای نشان دادن برتری نسبی محرک یا اعمال m در موقعیت هایی که ارائه تخمین امتیاز برای محرک یا اعمال با توجه به معیارها غیر ممکن یا بی معنی است استفاده می شود. و امتیازات از مقایسه های زوجی حاصل شده و پس از آن یک تابع مشابه^۲ برای محاسبه ارزش کلی گزینه ها مورد استفاد قرار می گیرد. چالش مهمی برای روش مقایسه زوجی ناشی از عدم سازگاری ماتریس های مقایسه زوجی است که معمولاً در عمل اتفاق می افتد. ماتریس مقایسه زوجی $A = (a_{ij})_{n \times n}$ کاملاً سازگار است اگر برای هر i و j $a_{ik} \times a_{kj} = a_{ij}$.

در روش BWM وزن ها بر اساس مقایسه زوجی را به روشی متفاوت با سایر روش های MCDM به دست می آیند و ناسازگاری مقایسات زوجی مورد بحث را برطرف می کند، مقایسات زوجی به دو دسته تقسیم می شوند. (Rezaei, 2016)

الف) مقایسه مرجع: مقایسه ای که در آن حداقل یکی از گزینه های بهترین یا بدترین در آن مقایسه باشد .

9- Thurstone
10_Weber's
11_Fechner's



بهترین - بدترین روش

روش بهترین-بدترین (BWM) یکی از تکنیک های نوین تصمیم گیری چند معیاره است که در زمره تصمیم گیری چند شاخصه قرار می گیرد و این روش در سال ۲۰۱۵ توسط جعفر رضایی پیشنهاد گردید. در این روش مجموعه ای از گزینه ها با رعایت تعداد از معیار به منظور انتخاب بهترین گزینه (مطلوب ترین، مهم ترین) مورد ارزیابی قرار می گیرند. و سپس یک مسئله (maximin) فرموله شده و با تعیین وزن معیارهای مختلف حل می شود در روش فوق معیارهای با استفاده مقیاس های ۹ تا ۱ مقایسه مقایسه کنیم.

مراحل روش BWM

در این قسمت گام های BWM برای استخراج وزن معیارها قابل استفاد را شرح می دهیم.

گام ۱: تعیین مجموعه ای از معیارهای تصمیم گیری: در این گام

معیارهای $\{C_1, \dots, C_n\}$ را در نظر می گیریم. که برای رسیدن به یک تصمیم استفاده می شود. به عنوان مثال در مورد خرید یک خودرو ، معیار های تصمیم گیری می تواند کیفیت (C_1) ، قیمت (C_2) ، راحتی (C_3) ، ایمنی (C_4) و سلیقه (C_5) باشد.

گام ۲: تعیین بهترین (مطلوب ترین ، مهم ترین) و بدترین (حداقل مطلوبیت ، کم اهمیت ترین) معیار: در این گام تصمیم گیرنده بهترین و بدترین معیار را شناسایی می کند . و مقایسه ای انجام نمی شود . به عنوان مثال برای یک تصمیم گیرنده خاص ممکن است قیمت (C_2) و سلیقه (C_5) به ترتیب بهترین و بدترین معیار می باشد .

گام ۳: تعیین ارجعیت بهترین معیار بر همه معیارهای دیگر با

استفاده از اعداد ۹ تا ۱ (ارجعیت ها تعیین می شود).

نتیجه بهترین بردار بر سایر $A_B = (a_{B1}, \dots, a_{Bn})$ خواهد بود ، در آن ارجعیت بهترین معیار B بر معیار j را نشان می دهند. واضح است که $a_{BB} = 1$ است. به عنوان مثال ارجعیت بردار قیمت بر سایر معیارها را نشان می دهد.

گام ۴: الویت بندی همه معیار ها بر بدترین معیار با اعداد ۹ تا ۱

نتیجه بدترین معیار بر سایر $A_W = (a_{1W}, \dots, a_{nW})^T$ خواهد بود، جایی که ارجعیت معیار j را بر بدترین معیار W نشان می دهد. واضح است $a_{WW} = 1$ است. به عنوان مثال ارجعیت همه بردارها معیار بر سلیقه را نشان می دهد.

گام ۵: پیدا کردن وزن های بهینه $(w_1^*, w_2^*, \dots, w_n^*)$

وزن بهینه برای معیارها، وزنی است که در آن برای هر جفت w_B/w_j و

$$w_j/w_W = a_{jW} \quad \text{و} \quad w_B/w_j = a_{Bj}$$

باشد. برای برقراری است شرایط باید راه حلی پیدا کنیم، که در آن

$$\text{حداکثر تفاضل مطلق} \left| \frac{w_j}{w_W} - a_{jW} \right| \text{ و } \left| \frac{w_B}{w_j} - a_{Bj} \right| \text{ برای همه}$$

برای همه j ها به حداقل برسد.

با در نظر گرفتن شرایط نامنفی بودن وزن ها و جمع آنها مسئله زیر بدست می آید.

$$\min \max_j \left\{ \left| \frac{w_B}{w_j} - a_{Bj} \right|, \left| \frac{w_j}{w_W} - a_{jW} \right| \right\}$$

s. t

$$\sum_j w_j = 1, \quad w_j \geq 0 \text{ for all } j \quad (4)$$

مدل خطی روش بهترین-بدترین در مقاله رضایی (۲۰۱۶) ارائه شده است. که به صورت مدل زیر می باشد.

$$\min \xi$$

s. t

$$\left| \frac{w_B}{w_j} - a_{Bj} \right| \leq \xi \quad \text{for all } j$$

$$\left| \frac{w_j}{w_W} - a_{jW} \right| \leq \xi \quad \text{for all } j \quad (5)$$

$$\sum_j w_j = 1, \quad w_j \geq 0 \text{ for all } j$$



9, ..., 1 استفاده می کنیم) در *BWM* فقط از اعداد صحیح استفاده می کنیم که استفاده از آنها آسان تر است.

با حل مسئله 5 وزن های بهینه $(w_1^*, w_2^*, \dots, w_n^*)$ بدست می آید. (Rezaei, 2019)

مراجع و منابع

- [1] J. Rezaei, Best-worst multi-criteria decision-making method, *Omega* 53 (2015): 49–57.
- [2] J. Rezaei, Best-worst multi-criteria decision-making method: Some properties and a linear model, *Omega* 64, (2016): 126–130.
- [3] X. Mi, M. Tang, H. Liao, W. Shen, B. Lev, The state-of-the-art survey on integrations and applications of the best worst method in decision making: Why, what, what for and what's next? *Omega* 87, (2019), 205–225.
- [4] F. Liang, M. Brunelli, J. Rezaei, Consistency issues in the Best Worst Method: Measurements and thresholds, *Omega*, 96, (2020), 102175.
- [5] F. Liang, M. Brunelli, J. Rezaei, Best-Worst Tradeoff Method, *Information Sciences*, 2022, 610, 957–976.
- [6] Y. Liang, Y. Ju, Y. Tu, J. Rezaei, Nonadditive best-worst method: Incorporating criteria interaction using the Croquet integral, 2022, *Journal of the Operational Research Society*, 1-12.
- [7] G. H. Tzeng and J. J. Huang, *Multiple Attribute Decision Making Methods And application*. CRC, 2011.
- [8] مقصودی، امیر، رحیمی مزرعه شاهی، محسن، تابی، حمید (۱۳۹۱) روشی جدید برای حل مسائل تصمیم گیری چند معیار، *مطالعات مدیریت صنعتی*، ۹، ۴۵–۶۵
- [9] خلیفه، علی (۱۳۹۷)، مروری بر تصمیم گیری و تصمیم گیری های چند شاخص، *مطالعات مدیریت و حسابداری*، ۲۳۲–۲۱۷

نتیجه گیری و جمع بندی

در این مقاله روش جدیدی برای حل مسائل تصمیم گیری چند معیاره گروهی بر پایه روش بهترین-بدترین ارائه شد که نسبت به روش های پیشین دارای مزایای خصوصی می باشد. روش بهترین-بدترین یکی از تکنیک های تصمیم گیری چندمعیاره است که توسط رضایی (۲۰۱۵) ارائه شد. این مدل در چند سال گذشته به طور گسترده برای وزن دهی و رتبه بندی توسط محققان مورد استفاده قرار گرفته و به داده های مقایسه ای کمتری نیاز دارد و به جواب های استوارتری نسبت به روش های پیشین تصمیم گیری چندمعیاره می انجامد.

BWM چندین ویژگی برجسته دارد که آن را به روش قوی و جالب تبدیل می کند که عبارتند از:

- (۱) روشی مبتنی بر برداری است که به مقایسه کمتری در مقایسه با روش های *MCDM* مبتنی بر ماتریس مانند *AHP* نیاز دارد. برای *BWM* فقط نیاز به $2n-3$ مقایسه است در حالی که به عنوان مثال برای *AHP* $\frac{n(n-1)}{2}$ مقایسه مورد نیاز است.
- (۲) وزن نهایی بدست آمده از *BWM* بسیار قابل اعتماد هستند زیرا مقایسه های سازگارتری در مقایسه با *AHP* ارائه می دهد. در حالی که در اکثر روش های *MCDM* مانند *AHP* نسبت سازگاری معیاری برای بررسی اعتبار مقایسه ها است در *BWM* نسبت سازگاری برای مشاهده سطح اعتبار مقایسات استفاده می شود. زیرا خروجی های *BWM* همیشه سازگار هستند.
- (۳) نه تنها از *BWM* می توان برای بدست آوردن وزن ها به طور مستقل استفاده کرد بلکه آن را می توان با سایر روش های *MCDM* ترکیب کرد.
- (۴) در حالی که ما از ماتریس مقایسه استفاده می کنیم به طور کلی باید از اعداد صحیح و کسری استفاده کنیم (به عنوان مثال در *AHP* ما از اعداد $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{9}$ و اعداد صحیح