



## بررسی روابط تجربی برای پیش‌بینی سرعت حدی حباب در حال صعود در محلول آبی ساکن در حضور بخار هگزان در فاز گسسته

مهدی رجب‌زاده دزفولی

کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، mrajabzadehdezfuli@gmail.com

### چکیده

(خصوصاً جریان‌های حبابی) هستند و تماس بین فازها بسیار حائز اهمیت می‌شود، ایفا می‌کنند. از آن جهت که این علم در بسیاری از صنایع متداول و مدرن کاربردهای فراوانی دارد، فراگیری و دستیابی به دانش عمیق در این حوزه به بهبود کارایی و عملکرد صنایع مختلف کمک شایانی خواهد نمود.

یکی از متداول‌ترین و مرسوم‌ترین تماس‌ها در جریان‌های چند فاز، تماس دو فاز گاز و مایع است که در فرآیندهای شیمیایی مختلفی نظیر جذب، دفع، تقطیر، شناورسازی و... رخ می‌دهد و کاربردهای مهم و مستقیمی در صنایع روان‌سازی، آرایشی و بهداشتی، غذایی، دارویی، تصفیه پساب و... دارد [۱-۴]. در این فرآیندها به جهت توزیع مناسب فازهای گاز و مایع و همچنین افزایش سطح تماس میان آن‌ها، غالباً فاز گاز (فاز گسسته) تبدیل به حباب‌های ریز می‌شود و از طریق حباب زدن در فاز مایع (فاز پیوسته)، حباب‌های گازی در مایع صعود می‌کنند. تماس دو فاز در صنعت عموماً به منظور افزایش سطح تماس انتقال جرم و به منظور افزایش نرخ انتقال جرم می‌باشد. همچنین زمان صعود حباب در محلول مایع، زمان انتقال جرم را مشخص می‌کند. سرعت صعود حباب در مایعات که نشان‌دهنده زمان ماند حباب در محلول می‌باشد، وابسته به سایز و شکل حباب، ویسکوزیته و چگالی فازهای گاز و مایع، دما و فشار هر دو فاز، سرعت لحظه جدایش حباب و خصوصیات سطح مشترک گاز-مایع می‌باشد [۵-۸]. پژوهش‌های انجام شده توسط محققان بیانگر این است که ناخالصی‌های بسیار اندک مواد فعال سطحی (سورفکتانت‌ها، پروتئین‌ها، پلیمرها، آنتی‌بیوتیک‌ها، نانوذرات و...) در فاز پیوسته یا گسسته، می‌توانند خواص سطح مشترک گاز-مایع را تغییر دهند و به موجب آن هیدرودینامیک حباب در حال صعود در مایع را به شدت تحت تأثیر قرار دهند [۹-۱۱]. لذا شناخت دقیق از رفتار سطح مشترک آب-هوا در حضور مواد فعال سطحی در حالت دینامیک (پویا)، امکان پیش‌بینی رفتار حباب را فراهم می‌کند و موضوعی بسیار ارزشمند برای محققان و مهندسان در پیش‌بینی و کنترل رفتار سیستم‌هایی است که در آن‌ها تماس بین فازهای گاز و مایع اتفاق می‌افتد [۱۰، ۱۲].

تماس دو فاز گاز-مایع یکی از مهم‌ترین و رایج‌ترین انواع تماس میان فازهای مختلف است که در صنایع گوناگونی مانند صنایع شیمیایی، غذایی، دارویی و... رخ می‌دهد. این تماس غالباً به صورت صعود حباب گاز در مایع اتفاق می‌افتد و در بسیاری از فرآیندها نظیر فرآیندهای جداسازی، شناورسازی، راکتورهای بستر سیال برای حصول محصول نهایی و گاهی در فرآیند میانی تولید یک محصول به صورت کف و امولسیون کاربردهای گسترده‌ای دارد. در این پژوهش با استفاده از روش آزمایشگاهی حساس و دقیق حباب در حال صعود، اثر ناخالصی مولکول‌های بخار هگزان در فاز گاز و هم‌افزایی آن با نانوذرات کروی سیلیکا که به عنوان ناخالصی در فاز مایع حضور داشتند، بر سرعت حدی تک حباب در حال صعود بررسی شد. مولکول‌های بخار هگزان موجود در فاز گاز، لایه‌ای روغنی در سطح مشترک گاز-مایع ایجاد می‌کنند. اثر ایجاد لایه روغنی هگزان که لغزنده‌تر شدن سطح مشترک گاز-مایع را در پی دارد، با اثرات ناشی از چرخش و لرزش نانوذرات سیلیکایی که در سطح مشترک حضور دارند تلفیق شده و سبب افزایش سرعت حدی حباب در حال صعود می‌گردد. در غلظت ۲۰۰ ppm بیشترین هم‌افزایی رخ داد و سرعت حدی حباب در این غلظت در مقایسه با آب خالص تقریباً به میزان ۴۰.۵٪ افزایش یافت. نتایج حاصل از مقایسه داده‌های آزمایشگاهی با روابط محققان پیشین، نشان‌دهنده عدم وجود رابطه‌ای دقیق برای پیش‌بینی سرعت حباب در سیستمی که حاوی ناخالصی‌های بخار هگزان و نانوذرات سیلیکا در فازهای گسسته و پیوسته است، می‌باشد؛ بنابراین مطالعات بیشتر در این حوزه مورد نیاز است.

### واژه‌های کلیدی

تماس گاز-مایع، حباب در حال صعود، مولکول‌های بخار هگزان، نانوذرات کروی سیلیکا، سرعت حدی

### مقدمه

پدیده‌های بین سطحی نقشی مهم و بنیادی را در طراحی، ساخت و کنترل واحدهای عملیاتی که متشکل از جریان‌های چند فاز



تهیه شد و سرعت حدی حباب هوایی که از مولکول‌های بخار هگزان به طور کامل اشباع شده بود (حباب هگزان) اندازه‌گیری شد. بعلاوه، نتایج حاصل شده برای سرعت حدی حباب هگزان در حال صعود در محلول‌های مختلف در این پژوهش با برخی از روابطی که محققان پیشین برای پیش‌بینی سرعت حدی حباب ارائه کرده بودند نیز مقایسه شدند.

جدول ۱: روابط پیش‌بینی سرعت حدی حباب در حال صعود در

مایعات مختلف

شماره فرمول	رابطه	محقق
(۱)	$V_T = \frac{2g\rho_L r_B^2}{9\mu_L}$	استوکس [۱۷]
(۲)	$V_T = \sqrt{\frac{3\sigma}{\rho_L d_B} + \frac{d_B g \Delta \rho}{2\rho_L}}$	لهر [۱۸]
(۳)	$V_T = 1.02\sqrt{gr_B}$	هابرمن و همکاران [۱۹]
(۴)	$V_T = 0.361\left(1 + \frac{4.89}{Eo}\right)^{0.25}$	نیکنز و همکاران [۲۰]
(۶)	$V_T = \sqrt{\frac{\sigma}{r_B \rho_L} + gr_B}$	مندلسون [۲۱]

### مواد و روش‌ها

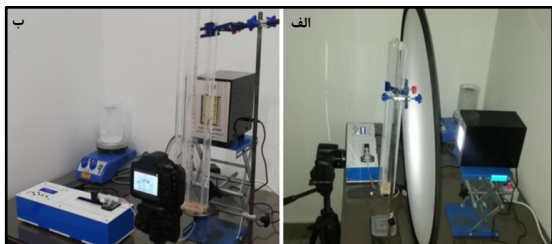
در این مطالعه آزمایشگاهی از نانوذرات کروی سیلیکا با درصد خلوص ۹۹.۹۹٪ به شکل پودر سفیدرنگ با اندازه قطر میانگین در محدوده ۱۰ تا ۲۰ نانومتر، تولید شده توسط شرکت Evonik industries در آلمان استفاده شد. برای تهیه محلول‌های آبی حاوی نانوذرات کروی سیلیکا در پنج غلظت ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰، ۴۰۰ و ppm ۱۲۰۰، از آب دیونیزه خریداری شده از شرکت زلال طب شیمی در ایران که دارای کشش سطحی  $0.3 \pm 72.5$  میلی نیوتن بر متر بود، استفاده شد. به منظور اینکه عمل انحلال نانوذرات سیلیکا در آب دیونیزه به خوبی و به طور کامل انجام پذیرد، بشر حاوی آب دیونیزه و نانوذرات به مدت حدوداً ۲۰ دقیقه روی همزن قرار گرفت. شکل ۱ نمایی از قرارگیری بشر روی همزن را نشان می‌دهد. همچنین با توجه به اینکه یک سوسپانسیون کلوییدی ایجاد می‌شد، برای افزایش مدت زمان پایداری آن و به جهت اینکه حین انجام آزمایش صعود حباب هگزان، نانوذرات سیلیکا ته‌نشین نشوند، بشر حاوی نانوذرات و آب دیونیزه به مدت تقریباً ۳۵ دقیقه در دستگاه حمام اولتراسونیک قرار گرفت. به هنگام قرار گرفتن بشر در حمام اولتراسونیک، نانوذرات کروی سیلیکا دارای بارهای هم‌نام می‌شوند و در اثر به وجود آمدن دافعه میان بارها، محلول نانوسیال برای مدت

تا کنون مطالعات آزمایشگاهی متعددی درباره اثر حضور ناخالصی‌های فعال سطحی در فاز پیوسته (مایع) بر هیدرودینامیک تک حباب هوای در حال صعود انجام شده است [۱۱، ۱۳، ۱۴]. فیضی و همکاران [۱۵] اثر هم‌افزایی چهار نانوذره مختلف در محلول‌های آبی در غلظت‌های متفاوت را با سورفکتنت‌های غیر یونی C<sub>10</sub>DMPO و کاتیونی CTAB بر هیدرودینامیک تک حباب هوای در حال صعود بررسی کردند. نانوذرات بکار رفته برای ساختن محلول‌های نانوسیال توسط پژوهشگران مذکور شامل نانوذرات سیلیکا اصلاح نشده، نانوذرات سیلیکا اصلاح شده به روش حرارتی، نانوذرات سیلیکا اصلاح شده با عامل آگریز (APTES) و نانوذرات سیلیکا اصلاح شده با عامل آبدوست پلی اتیلن گلیکول متصل به تری گلیسیسیدوکسی پروپیل تری متوکسیسیلان و آگریز تری متوکسیسیلان بودند. آن‌ها گزارش کردند که در غلظت‌های پایین محلول نانوسیال، تشکیل ترکیبات پیچیده نانوذره-سورفکتنت سبب کاهش سرعت صعود حباب می‌شود؛ در حالی که در غلظت‌های بالای محلول، سرعت صعود حباب افزایش یافته است. آن‌ها افزایش سرعت صعود حباب را اینگونه توجیه کردند که در محلول‌های غلیظ، جذب مولکول‌های سورفکتنت غیر یونی و کاتیونی استفاده شده در سطح مشترک نانوذره-مایع اتفاق می‌افتد و مولکول‌های سورفکتنت کمتری در سطح مشترک گاز-مایع جذب می‌شوند که به موجب آن لغزندگی سطح حباب در حال صعود افزایش می‌یابد. حمدالهی و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۲۲ فعالیت سطحی آنتی‌بیوتیک‌های آموکسی‌سیلین و آمپی‌سیلین را با ردیابی هیدرودینامیک تک حباب هوای در حال صعود بررسی کردند. آن‌ها چندین آزمایش در غلظت‌های مختلف از محلول‌های آبی حاوی دو آنتی‌بیوتیک مذکور انجام دادند و دریافتند که آمپی‌سیلین بر خلاف آموکسی‌سیلین، فعال سطحی است و سبب وقوع پدیده مارنگونی در سطح مشترک هوا-آب می‌شود. بعلاوه، پژوهش‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی‌های متعددی در زمینه پیش‌بینی سرعت حدی حباب‌های در حال صعود در مایعات مختلف (خالص یا حاوی مواد فعال سطحی) انجام شده است که منجر به ارائه روابطی شده‌اند. در جدول ۱ تعدادی از روابطی که محققان برای پیش‌بینی سرعت حدی حباب توسعه داده‌اند، لیست شده‌اند.

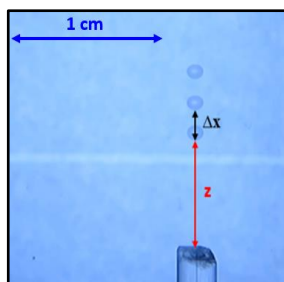
در این پژوهش برای نخستین بار با استفاده از تکنیک آزمایشگاهی بسیار حساس و دقیق حباب در حال صعود، اثر ناخالصی مولکول‌های بخار هگزان در فاز گسسته و هم‌افزایی آن‌ها با نانوذرات کروی سیلیکا که به عنوان ناخالصی در فاز پیوسته حضور دارند، بر سرعت حدی تک حباب در حال صعود بررسی شد. بدین منظور، پنج غلظت مختلف از محلول آبی حاوی نانوذرات سیلیکا



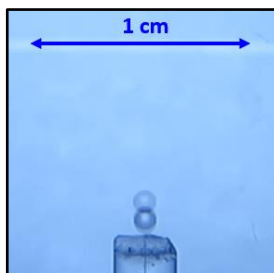
مشخص که برابر عکس فرکانس تنظیم شده در استروبو اسکوپ است و همچنین فاصله قطب پایین حباب زیرین تا سر نازل موین شیشه‌ای (Z) اندازه‌گیری شد و بدین صورت مقادیر سرعت حباب هگزان در حال صعود در ستون مایع محاسبه شدند. بعلاوه به عنوان نمونه، تصویر حباب هگزان در لحظه رهایش از سر نازل موین نیز در شکل ۴ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که تمامی آزمایشات انجام گرفته در این پژوهش در دما و فشار ائتاق انجام شدند.



شکل ۲: ستاپ آزمایشگاهی حباب در حال صعود الف) نمای جانبی با استروبو اسکوپ روشن و دیفیوزر، ب) نمای رو به رو با استروبو اسکوپ خاموش و بدون دیفیوزر



شکل ۳: روش آنالیز تصویر تک حباب هگزان در حال صعود در ستون مایع در نرم‌افزار ImageJ



شکل ۴: تصویر حباب در لحظه جدایش از سر نازل موین

### نتایج

در این پژوهش، سرعت حدی تک حباب هگزان در حال صعود در آب خالص و محلول‌های آبی حاوی نانوذرات سیلیکا در محدوده غلظتی ۵۰ تا ۱۲۰۰ ppm ارزیابی شدند. حبابی که از سر نازل موین جدا می‌شود، بلافاصله شتاب می‌گیرد و سرعتش در حین

زمانی مطلوب تا آزمایش حباب در حال صعود در انجام شود، پایدار و یکنواخت می‌ماند.



شکل ۱: قرارگیری بشر حاوی نانوذرات کروی سیلیکا و آب دیونیزه روی همزن

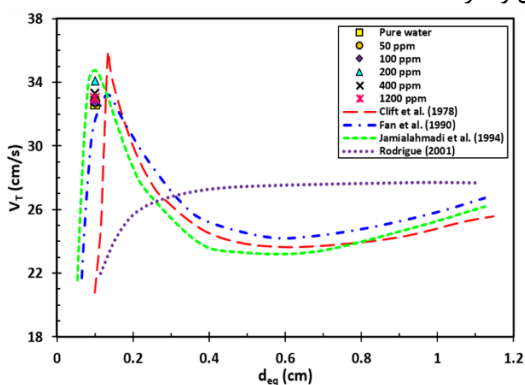
برای ساختن حباب‌های هوای اشباع با مولکول‌های بخار هگزان، یک سرنگ ۲۰ سی‌سی به نسبت یکسان از هوا و هگزان مایع (خالص) خریداری شده از شرکت Carlo Erba Reagents S.A.S. پر شد و به مدت تقریباً ۳۰ دقیقه از اتمسفر به طور کامل ایزوله گردید. پس از آن هوای موجود در سرنگ از مولکول‌های بخار هگزان اشباع شد و به وسیله پمپ سرنگی بصورت حباب‌های هگزان با قطر کنترل شده  $0.03 \pm 1$  میلی‌متر در آب خالص و محلول‌های مختلف نانوسیال تزریق گردید. شکل ۲ ستاپ آزمایشگاهی حباب در حال صعود استفاده شده در این پژوهش را نشان می‌دهد. اجزای مختلف این ستاپ آزمایشگاهی شامل نازل موین شیشه‌ای با قطر داخلی ۰.۰۷۵ میلی‌متر تهیه شده از موسسه ماکس پلانک در آلمان، دوربین دیجیتال شرکت Canon با سرعت ۲۰ فریم بر ثانیه و وضوح ۱۹۲۰ در ۱۰۸۰ پیکسل بر فریم، پمپ سرنگی خریداری شده از شرکت سفیر ثریا سپاهان در ایران، دیفیوزر، استروبو اسکوپ با محدوده فرکانسی ۰.۳ تا ۹۹۹.۹ هرتز که بر روی ۱۵۰ هرتز تنظیم شد، خط‌کش و یک ستون از جنس پلی متیل متاکریلات (PMMA) با سطح مقطعی مربع شکل با ابعاد ۴۰ در ۴۰ میلی‌متر و ارتفاع ۵۰ سانتی‌متر هستند. برای ساخت این ستون، ورق شفاف پلی متیل متاکریلات به ضخامت ۴ میلی‌متر تهیه گردید و در ابعاد ۵۰ سانتی‌متر در ۴۰ میلی‌متر برش داده شد و سپس به وسیله کلروفورم اوراق مذکور به همدیگر چسبانده شدند. ویدیوهای ضبط شده از صعود تک حباب هگزان در آب خالص و محلول‌های نانوسیال در غلظت‌های مختلف به یک سیستم آنالیز داده انتقال داده شدند و تبدیل به عکس‌های متوالی گردیدند. سپس با استفاده از نرم‌افزار پردازش تصویر ImageJ، تصاویر استخراج شده حباب در مقاطع مختلف ستون آنالیز شدند.

روش آنالیز تصویر حباب هگزان در حال صعود در شکل ۳ نمایش داده شده است. بر اساس این شکل، فاصله میان قطب‌های پایین حباب در دو مکان متوالی در ستون ( $\Delta x$ ) در مدت زمانی



روغنی هگزان با ضخامت کمتری در سطح حباب در حال صعود ایجاد می‌شود و اثر مثبت این لایه در لغزنده‌تر کردن سطح مشترک گاز-مایع کاهش می‌یابد. کاهش ضخامت لایه روغنی بدین دلیل است که تعداد نانوذرات در سطح حباب در حال صعود افزایش یافته است. این ذرات نیرویی به سمت درون سطح مشترک وارد می‌کنند در حالی که مولکول‌های بخار هگزان تمایل دارند تا از توده گاز به روی سطح حباب بیایند و به سمت بیرون سطح مشترک نیرو وارد می‌کنند. بنابراین در غلظت‌های ۴۰۰ و ۱۲۰۰ ppm نیروی مقاوم بیشتری در برابر حرکت مولکول‌های هگزان برای قرار گرفتن در سطح مشترک گاز-مایع وجود دارد که این عامل موجب کاهش لغزندگی و سرعت حباب در مقایسه با غلظت ۲۰۰ ppm می‌گردد.

مقایسه میان مقادیر سرعت حباب بدست آمده برای تک حباب هگزان در حال صعود در آب خالص و غلظت‌های مختلف محلول آبی حاوی نانوذرات سیلیکا با روابط کلیفت و همکاران [۲۲]، فن و همکاران [۲۳]، جامی الاحمدی و همکاران [۲۴] و رودریگو [۲۵] که برای پیش‌بینی سرعت حباب توسعه داده شده‌اند، در شکل ۵ نمایش داده شده است. طبق این شکل، روابط پیشنهادی کلیفت و همکاران و رودریگو خطای معنادار و قابل توجهی را در پیش‌بینی سرعت حباب هگزان در حال صعود در آب خالص و محلول‌های مختلف نانوسیال دارند؛ در حالی که دو رابطه ارائه شده توسط فن و همکاران و جامی الاحمدی و همکاران، عملکرد بهتر و تطبیق مناسب‌تری با داده‌های آزمایشگاهی حاصل شده در این پژوهش را دارند.



شکل ۵: مقایسه داده‌های آزمایشگاهی سرعت حباب هگزان با روابط پیشنهادی شده توسط کلیفت و همکاران، فن و همکاران، جامی الاحمدی و همکاران و رودریگو

شکل ۶ نتایج حاصل از مقایسه داده‌های آزمایشگاهی سرعت حباب هگزان در حال صعود در محلول‌های آبی حاوی نانوذرات سیلیکا با مقادیر پیش‌بینی شده توسط روابط استوکس،

صعود در مایع افزایش می‌یابد. به هنگام برقرار شدن موازنه میان نیروهای وارده بر حباب در حال صعود که در این پژوهش بدلیل اندازه حباب و همچنین ابعاد ستاپ آزمایشگاهی استفاده شده، نیروهای وارده سه نیروی بویانسی، درگ و وزن حباب هستند، حباب ادامه حرکتش را بصورت بدون شتاب و با سرعت حبابی ثابتی انجام می‌دهد تا به سطح مایع موجود در ستون برسد. در این پژوهش، از ارتفاع حدوداً ۵۷ میلی‌متری از سر نازل مویین، حباب به سرعت حباب خود می‌رسید. لازم به ذکر است که در سرعت‌های اندازه‌گیری شده حباب در مرحله حرکت با سرعت حبابی نوسانات بسیار اندک و کوچکی مشاهده شد که ناشی از خطای پردازش تصویر است و در آزمایشات حباب در حال صعود امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. بدین منظور برای گزارش یک سرعت حبابی واحد برای هر آزمایش (صعود حباب در آب خالص و محلول‌های نانوسیال) و همچنین برای اینکه سرعت حباب بدست آمده در آزمایشات مختلف قابل مقایسه نسبت به همدیگر باشند، از مقادیر اندازه‌گیری شده سرعت حباب از ارتفاع ۵۷ میلی‌متری تا ۴۰۰ میلی‌متری (سطح مایع موجود در ستون) از سر نازل مویین میانگین‌گیری شد. در جدول ۲ مقادیر سرعت حباب تک حباب هگزان در حال صعود در آب خالص و غلظت‌های مختلف محلول آبی حاوی نانوذرات کروی سیلیکا ارائه شده‌اند.

جدول ۲: سرعت حباب تک حباب هگزان در حال صعود در آب خالص و غلظت‌های مختلف محلول آبی حاوی نانوذرات سیلیکا

غلظت محلول نانوسیال (ppm)	سرعت حباب (cm/s)
۰	۳۲.۶۲
۵۰	۳۲.۷۵
۱۰۰	۳۲.۷۲
۲۰۰	۳۴.۰۹
۴۰۰	۳۳.۳
۱۲۰۰	۳۳

نانوذرات سیلیکایی که در سطح مشترک گاز-مایع حضور دارند، بطور پیوسته در حال لرزیدن و چرخیدن هستند. مولکول‌های بخار هگزان موجود در فاز گسسته (گاز) پس از رها شدن حباب از سر نازل، به سرعت در سطح مشترک گاز مایع کاندنس می‌شوند و لایه‌ای روغنی در سطح حباب در حال صعود ایجاد می‌کنند. در اثر هم‌افزایی میان دو اثر لرزش و چرخش نانوذرات و تشکیل لایه روغنی هگزان در سطح مشترک حباب در حال صعود، لغزندگی سطح مشترک گاز-مایع افزایش می‌یابد. مطابق جدول ۲، بیشترین هم‌افزایی در غلظت ۲۰۰ ppm رخ داده است که سرعت حباب در حال صعود نسبت به صعود حباب هگزان در آب خالص به میزان تقریباً ۴.۵٪ افزایش یافته است. در غلظت‌های بالاتر از ۲۰۰ ppm، لایه



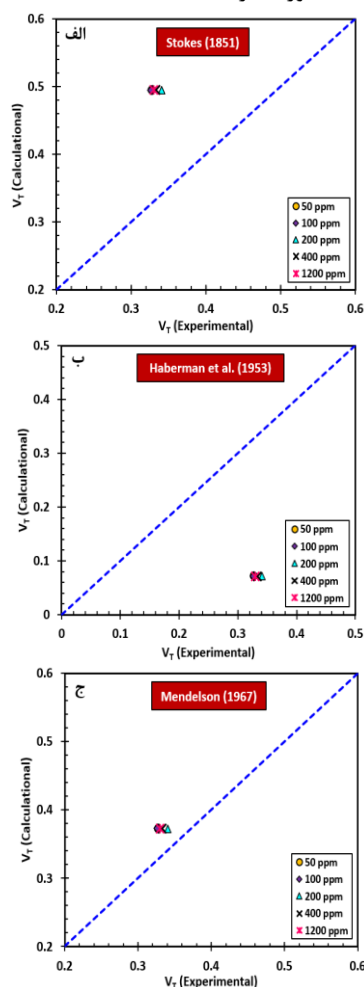
### نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این پژوهش با استفاده از روش آزمایشگاهی بسیار حساس و دقیق حباب در حال صعود، اثر ناخالصی مولکول‌های بخار هگزان در فاز گسسته (گاز) و هم‌افزایی آن با نانوذرات کروی سیلیکا که به عنوان ناخالصی در فاز پیوسته (مایع) حضور دارند، بر سرعت حدی تک حباب در حال صعود در آب خالص و محلول‌های آبی حاوی نانوذرات سیلیکا در غلظت‌های مختلف بررسی گردید. مولکول‌های بخار هگزان که در توده گاز حضور دارند، بلافاصله پس از رهائش حباب از سر نازل، در سطح مشترک گاز-مایع کاندنس می‌شوند و لایه‌ای روغنی در سطح حباب در حال صعود به وجود می‌آورند. نانوذرات سیلیکای حاضر در سطح مشترک گاز-مایع به طور پیوسته و مداوم در حال چرخش و لرزش در سطح مشترک هستند. بهترین هم‌افزایی میان اثرات مولکول‌های بخار هگزان و نانوذرات کروی سیلیکا در لغزنده‌تر کردن سطح مشترک گاز-مایع، در غلظت ppm ۲۰۰ اتفاق افتاد. در این غلظت سرعت حدی حباب هگزان در حال صعود نسبت به آزمایش صعود حباب هگزان در آب خالص، تقریباً ۴.۵٪ افزایش یافت. در غلظت‌های ۴۰۰ و ۱۲۰۰ ppm، بدلیل افزایش تعداد نانوذرات در سطح مشترک گاز-مایع نسبت به غلظت ppm ۲۰۰، لایه روغنی هگزان با ضخامت کمتری ایجاد می‌شود و متعاقب آن لغزندگی و سرعت حدی حباب در حال صعود کاهش می‌یابد. بعلاوه، نتایج حاصل از مقایسه داده‌های آزمایشگاهی سرعت حدی حباب هگزان در حال صعود در محلول‌های نانوسیال با مقادیر پیش‌بینی شده توسط روابط محققان پیشین، بیانگر این است که پژوهش‌ها و بررسی‌های بیشتر جهت یافتن رابطه‌ای دقیق که بتواند سرعت حدی حباب را در سیستمی که حاوی ناخالصی‌های مولکول‌های بخار هگزان و نانوذرات سیلیکا به ترتیب در فازهای گسسته و پیوسته می‌باشد، پیش‌بینی کند مورد نیاز است.

### مراجع

- [1] Fayzi, P., Bastani, D., Lotfi, M., Miller, R., 2021. "Influence of Surface-Modified Nanoparticles on the Hydrodynamics of Rising Bubbles". *Chemical Engineering & Technology*, 44(3), pp. 513-520.
- [2] Bastani, D., Fayzi, P., Lotfi, M., Arzideh, S.M., 2018. "CFD simulation of bubble in flow field: investigation of dynamic interfacial behaviour in presence of surfactant molecules". *Colloid and Interface Science Communications*, 27, pp. 1-10.
- [3] Ulaganathan, V., Krzan, M., Lotfi, M., Dukhin, S., Kovalchuk, V., Javadi, A., Gunes, D., Gehin-Delval, C., Malysa, K., Miller, R., 2014. "Influence of  $\beta$ -lactoglobulin and its surfactant mixtures on velocity of

هایرمن و همکاران و مندلسون که در بخش مقدمه و در جدول ۱ ارائه شدند را نشان می‌دهد. بر اساس این شکل، مقادیر پیش‌بینی شده توسط روابط پیشنهادی استوکس و هایرمن و همکاران خطای قابل توجه و زیادی را در پیش‌بینی داده‌های آزمایشگاهی بدست آمده دارند. رابطه پیشنهادی مندلسون بهترین عملکرد و تطبیق را با ماکزیمم خطای تقریباً ۱۴.۵٪ در پیش‌بینی سرعت حدی تک حباب هگزان در حال صعود در محلول‌های مختلف نانوسیال دارد. بنابراین با توجه به مقادیر خطای حاصل شده، پژوهش‌ها و مطالعات بیشتر در زمینه یافتن رابطه‌ای دقیق برای پیش‌بینی سرعت حدی حباب در سیستمی که حاوی ناخالصی بصورت همزمان در فازهای پیوسته و گسسته می‌باشد، مورد نیاز است.



شکل ۶: مقایسه داده‌های آزمایشگاهی سرعت حدی تک حباب هگزان در حال صعود در محلول‌های نانوسیال با مقادیر پیش‌بینی شده توسط رابطه (الف) استوکس، (ب) هایرمن و همکاران و (ج) مندلسون

and Processing-Process Intensification, 155, pp. 108068.

[16] Hamdollahi, E., Lotfi, M., Shafiee, M., Hemmati, A., 2022. "Investigation of antibiotic surface activity by tracking hydrodynamic of a rising bubble". *Journal of Industrial and Engineering Chemistry*, 108, pp. 101-108.

[17] Stokes, G.G., 1851. "On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums". pp.

[18] Lehrer, I.H., 1976. "A rational terminal velocity equation for bubbles and drops at intermediate and high Reynolds numbers". *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 9(3), pp. 237-240.

[19] Haberman, W.L., Morton, R., An experimental investigation of the drag and shape of air bubbles rising in various liquids, David Taylor Model Basin Washington DC, 1953.

[20] Nickens, H., Yannitell, D., 1987. "The effects of surface tension and viscosity on the rise velocity of a large gas bubble in a closed, vertical liquid-filled tube". *International journal of multiphase flow*, 13(1), pp. 57-69.

[21] Mendelson, H.D., 1967. "The prediction of bubble terminal velocities from wave theory". *AIChE Journal*, 13(2), pp. 250-253.

[22] Clift, R., Grace, J., Weber, M., Bubbles, D., Particles, Academic Press, New York, 1978.

[23] Fan, L., 1991. "Bubble Wake Dynamics in Liquids and Liquid-Solid Suspensions", Butterworth-Heinemann". *Serries in Chemical Engineering*, pp.

[24] Jamialahmadi, M., Branch, C., Müller-Steinhagen, H., 1994. "Terminal bubble rise velocity in liquids". *Chemical engineering research & design*, 72(1), pp. 119-122.

[25] Rodrigue, D., 2001. "Generalized correlation for bubble motion". *AIChE journal*, 47(1), pp. 39-44.

the rising bubbles". *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 460, pp. 361-368.

[4] Lotfi, M., Bastani, D., Ulaganathan, V., Miller, R., Javadi, A., 2014. "Bubble in flow field: A new experimental protocol for investigating dynamic adsorption layers by using capillary pressure tensiometry". *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 460, pp. 369-376.

[5] Dukhin, S., Miller, R., Loglio, G., Physico-chemical hydrodynamics of rising bubble, Studies in Interface Science, Elsevier1998, pp. 367-432.

[6] Frumkin, A., 1947. "On surfactants and interfacial motion". *Zh. Fiz. Khim.*, 21, pp. 1183-1204.

[7] Gulden, S., Riedele, C., Rollié, S., Kopf, M.-H., Nirschl, H., 2018. "Online bubble size analysis in micro flotation". *Chemical Engineering Science*, 185, pp. 168-181.

[8] Schäfer, R., Merten, C., Eigenberger, G., 2002. "Bubble size distributions in a bubble column reactor under industrial conditions". *Experimental thermal and fluid science*, 26(6-7), pp. 595-604.

[9] Guzmán, E., Santini, E., Benedetti, A., Ravera, F., Ferrari, M., Liggieri, L., 2014. "Surfactant induced complex formation and their effects on the interfacial properties of seawater". *Colloids and Surfaces B: Biointerfaces*, 123, pp. 701-709.

[10] Kurimoto, R., Yasuda, T., Minagawa, H., 2016. "Effects of surfactant on quasi-static bubble growth from an orifice". *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 104, pp. 154-159.

[11] Malysa, K., Krasowska, M., Krzan, M., 2005. "Influence of surface active substances on bubble motion and collision with various interfaces". *Advances in colloid and interface science*, 114, pp. 205-225.

[12] Lotfi, M., Javadi, A., Lylyk, S., Bastani, D., Fainerman, V., Miller, R., 2015. "Adsorption of proteins at the solution/air interface influenced by added non-ionic surfactants at very low concentrations for both components. 1. Dodecyl dimethyl phosphine oxide". *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 475, pp. 62-68.

[13] Krzan, M., Malysa, K., 2002. "Profiles of local velocities of bubbles in n-butanol, n-hexanol and n-nonanol solutions". *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 207(1-3), pp. 279-291.

[14] Yan, X., Zheng, K., Jia, Y., Miao, Z., Wang, L., Cao, Y., Liu, J., 2018. "Drag coefficient prediction of a single bubble rising in liquids". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 57(15), pp. 5385-5393.

[15] Fayzi, P., Bastani, D., Lotfi, M., 2020. "A note on the synergistic effect of surfactants and nanoparticles on rising bubble hydrodynamics". *Chemical Engineering*